

5BS MATEMATICA A.S. 2023/2024

Programma svolto dal prof. Matteo Dalle Luche e dal prof. Luca Costabile (supplente dal 13/05/2024)

Unità 1

Insieme dei numeri reali

La struttura dell'insieme $\mathbb{R}$. Insiemi ed intervalli. Tipi di intervalli. Maggiorante e minorante. Superiormente ed inferiormente limitato. Massimo, minimo, estremo inferiore e estremo superiore di un insieme. Teorema 1.1 Esistenza dell'estremo superiore (inferiore). I simboli $+\infty$ e $-\infty$, $\mathbb{R}^*$. Intervalli illimitati. Intorno destro, sinistro e completo di un punto. Intorno di ∞ e $+\infty$. Punto di accumulazione. Teorema 1.1 Bolzano - Weierstrass.

Funzioni reali di variabile reale

Dominio, codominio. Tipi di funzione. Funzioni uguali. Segno di una funzione. Immagine, estremo superiore (inferiore), massimo e minimo di una funzione. Funzioni limitate. Funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni pari e dispari. Funzioni periodiche. Funzioni inverse ed invertibili. Funzioni composte.

Unità 2

Limiti

Limite di una funzione a livello intuitivo. Limite destro e sinistro a livello intuitivo. Definizione generale di limite (con intorni U e V). Definizione particolare di limiti (con ϵ e δ). Limite destro e limite sinistro. Limite per eccesso e per difetto (dal sopra o dal sotto). Verifica di un limite (tramite disequazione). Teorema 2.1 del confronto 1. Teorema 2.5 di esistenza ed unicità. Teorema 2.6 di permanenza del segno.

Continuità parte 1

Funzione continua in un punto. Continuità delle funzioni elementari. Teorema 2.7 algebra dei limiti. Forme indeterminate. Cambiamento di variabile nei limiti. Limiti di funzioni polinomiali, razionali fratte, irrazionali. Teorema 2.9 Limiti notevoli funzioni goniometriche. Limiti di funzione a base ed esponente variabili. Limiti di funzioni esponenziali e logaritmiche. Forme indeterminate esponenziali. Teorema 2.10 Il numero e . Teorema 2.11 Limiti notevole di tipo esponenziale e logaritmico.

Unità 4

Continuità parte 2

Continuità da destra e da sinistra. Continuità in un insieme. Teorema 4.1 continuità ed operazioni algebriche tra funzioni. Teorema 4.2 continuità e composizione di funzioni. Teorema 4.3 continuità e funzione inversa. Teorema 4.4 condizione di invertibilità per funzioni continue. Punti di discontinuità (non svolto come sul libro di testo: vietata classificazione tramite "specie").

Teoremi sulle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato

Teorema 4.5 degli zeri. Teorema 4.6 di Weierstrass. Teorema 4.7 dei valori intermedi. Asintoto verticale ed orizzontale per una funzione. Asintoto obliquo.

Unità 5

La derivata

Significato geometrico della derivata. La derivata in un punto. Derivata destra e sinistra. Teorema 5.1 derivabilità e continuità. Derivate successive. Derivata delle funzioni elementari. Algebra delle derivate. Teorema 5.11 derivata del prodotto. Teorema 5.13 derivata del quoziente. Teorema 5.14 derivata della funzione composta. Derivata di funzione che ha come esponente un'altra funzione (non presente nel libro di testo). Punti di non derivabilità. Teorema 5.16 limite della derivata. Retta tangente e normale ad una curva.

Unità 6

Teoremi sulle funzioni derivabili

Teorema 6.2 di Rolle. Teorema 6.3 di Lagrange. Teorema 6.12 di L'Hopital. Punti di massimo e di minimo assoluti e relativi (punti di estremo). Punto Stazionario. Punto critico. Punto di estremo. Teorema 6.6 criterio di monotonia per le funzioni derivabili. Teorema 6.7 Criterio per l'analisi dei punti stazionari. Teorema 6.8 test dei punti stazionari mediante l'utilizzo della derivata seconda. Concavità, convessità e punti di flesso. Teorema 6.9 Criterio di concavità e convessità per le funzioni derivabili. Teorema 6.10 condizione necessaria per l'esistenza di un punto di flesso.

Unità 7

Applicazione di concetti visti nelle unità sopra esposte per lo studio di funzione.

Unità 8

Primitive ed integrale indefinito. Teorema 8.1 Caratterizzazione delle primitive su un intervallo. Integrali immediati. Linearità dell'integrale. Integrazione per scomposizione. Integrazione di funzioni composte. Integrazione per sostituzione. Integrazione per parti. Integrazione di funzioni razionali fratte (escluso il caso con denominatore di grado superiore al secondo). Integrali di funzioni goniometriche e irrazionali riconducibili con particolari sostituzioni a integrali di funzioni razionali.

Unità 9 (affrontata molto schematicamente causa mancanza di tempo)

Area come limite di una somma. Concetto di integrale definito e significato geometrico (su appunti). Criterio di integrabilità. Linearità dell'integrale definito. Additività rispetto all'intervallo di integrazione. Monotonia rispetto alla funzione integranda. Teorema 9.1: Primo teorema fondamentale del calcolo integrale. Applicazioni geometriche degli integrali definiti: calcolo di aree, calcolo di area della regione limitata dal grafico di due funzioni, calcolo della superficie e del volume di un solido di rotazione, calcolo della lunghezza di una curva. Valor medio di una funzione e teorema del valor medio per gli integrali.

Cenni sulla funzione integrale e sugli integrali impropri.

Materiale didattico

Libro di testo: Leonardo Sasso. La matematica a colori. Vol. 5 Edizione blu. Petrini editore.

Appunti forniti dal professore.

P.S.1: Tutti i teoremi sono stati trattati senza dimostrazione.

P.S.2: L'unità 3 (limiti di successioni) è stata volutamente non trattata.

Viareggio, 07/06/2024

In fede, prof. Luca Costabile
e prof. Matteo Dalle Luche

Luca Costabile
Matteo Dalle Luche

Alunni

[Signature] *[Signature]*
[Signature]