

# Programma svolto di matematica – 4DT – 2024/2025

## CONICHE → ELLISSE E IPERBOLE

### Ellisse:

- Definizione di ellisse come luogo geometrico.
- Equazione del generico ellisse con centro nell'origine e semi – assi **a** e **b**.
- Equazione dell'ellisse di centro generico: forma implicita e forma esplicita.
- Relazione tra le lunghezze dei semi – assi e la semi – distanza focale.
- Definizione di eccentricità; effetto dell'eccentricità sul grafico.
- Circonferenza come caso particolare di ellisse con eccentricità=0.
- Intersezione retta – ellisse; classificazione della retta;
- Ricerca delle rette tangenti ad un'ellisse (metodo analitico; formule di sdoppiamento).
- Ricerca dell'equazione di un'ellisse di assegnata eccentricità e con un fuoco noto, ecc. ecc.
- Problemi di geometria analitica che coinvolgono le ellissi.

### Iperbole:

- Definizione di iperbole come luogo geometrico;
- Equazione della generica iperbole con centro nell'origine e semi – assi (trasverso e non trasverso) assegnati; asintoti di un'iperbole.
- Relazione tra le lunghezze dei semi – assi e la semi – distanza focale.
- Definizione di eccentricità; differenze rispetto al caso dell'ellisse; effetto dell'eccentricità sul grafico.
- Iperbole equilatera; definizioni e caratteristiche.
- Iperbole equilatera riferita ai suoi asintoti: funzione di proporzionalità inversa.
- Funzione omografica: condizioni che devono essere rispettate affinché il grafico che la rappresenta sia quello di un'iperbole equilatera riferita ai propri asintoti e traslata; formule per trovare il suo centro.
- Intersezione retta – iperbole; classificazione della retta;
- Ricerca delle rette tangenti ad un'iperbole (metodo analitico; formule di sdoppiamento).
- Ricerca dell'equazione di un'iperbole di assegnata eccentricità e con un fuoco noto, ecc. ecc.
- Problemi di geometria analitica che coinvolgono le iperboli.

## **Goniometria e trigonometria:**

- Definizione di angolo sessagesimale, di angolo decimale e di angolo in radianti.
- Corrispondenza tra angoli decimali e angoli espressi in radianti (angoli notevoli e proporzione per la trasformazione di angoli qualunque).
- Angoli orientati (con riferimento sul semiasse positivo delle ascisse); angoli positivi e angoli negativi.
- Definizione delle funzioni goniometriche seno, coseno e tangente come rapporti di lati di triangoli rettangoli; formule inverse; proiezione di un segmento sugli assi cartesiani; circonferenza goniometrica; seno e coseno come coordinate dei punti appartenenti alla circonferenza goniometrica.
- Identità fondamentali (e dimostrazione); Formule di duplicazione di seno e coseno; formule di addizione e sottrazione (cenni; non linearità delle funzioni goniometriche).
- Grafici delle funzioni goniometriche elementari e loro trasformazioni (traslazioni, dilatazioni/compressioni, cambio di segno, valore assoluto, ecc. ecc.).
- Triangoli particolari (metà di un triangolo equilatero e metà di un quadrato); valori di seno e coseno di angoli notevoli; riduzione al primo quadrante e archi associati.
- Funzioni goniometriche inverse; ottenimento del loro grafico a partire dalle rispettive funzioni goniometriche;
- Semplici equazioni e disequazioni goniometriche.
- Risoluzione di triangoli utilizzando le formule goniometriche.
- Proiezione di vettori e risoluzione di sistemi di forze.

## **Funzioni, equazioni e disequazioni esponenziali:**

- Richiami sulle funzioni potenza: grafici (distinguendo  $n$  pari/dispari).
- Definizione di funzione esponenziale; limitazioni sui valori della base; distinzione nei casi con base maggiore di 1 e con base compresa tra 0 e 1; grafici di funzioni esponenziali elementari e loro trasformazioni.
- Specularità rispetto all'asse  $y$  del grafico di funzioni esponenziali con base reciproca.
- Equazioni esponenziali: caso con basi riconducibili a potenze dello stesso numero; caso con basi riconducibili a potenze di due numeri e quindi a potenze del loro rapporto; caso da affrontare con la sostituzione  $(t)$ ;

- Disequazioni esponenziali: come per le equazioni, ponendo però particolare attenzione al passaggio agli esponenti nei due casi (base maggiore di 1 o base compresa tra 0 e 1).

### **Funzioni, equazioni e disequazioni logaritmiche:**

- Definizione di logaritmo; calcolo di semplici logaritmi; prime proprietà; restrizioni sui valori di base e argomento (condizioni di esistenza).
- Legame tra la funzione logaritmica e la funzione esponenziale (sono l'una l'inversa dell'altra).
- Operazioni tra logaritmi e loro proprietà.
- Grafico di logaritmi con base maggiore di 1 e di logaritmi con base compresa tra 0 e 1; specularità rispetto all'asse x dei grafici di logaritmi con base reciproca.
- Specularità rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante dei grafici di logaritmi ed esponenziali con la stessa base.
- Equazioni esponenziali: applicazione delle proprietà e passaggio agli argomenti; caso risolvibile con la sostituzione (t); equazioni esponenziali risolvibili utilizzando i logaritmi.
- Disequazioni esponenziali: come per le equazioni, ponendo però particolare attenzione al passaggio agli argomenti nei due casi (base maggiore di 1 o base compresa tra 0 e 1).

### **Educazione civica:**

Economia sostenibile → “Prima legge di Moore (aumento esponenziale delle prestazioni attese sul mercato per le CPU) e seconda legge di Moore (aumento esponenziale degli investimenti e dei rischi attesi sul mercato): effetto economia di scala e oligarchizzazione dei mercati delle CPU → Compatibile con un economia sostenibile?”.